ÉVALUATION ET EXPRESSION DE L'INCERTITUDE DE MESURE

GUIDE PRATIQUE SELON LA MÉTHODOLOGIE GUM

Guide d'application pas-à-pas pour la modélisation, le calcul et la rédaction des budgets d'incertitude en métrologie industrielle et légale

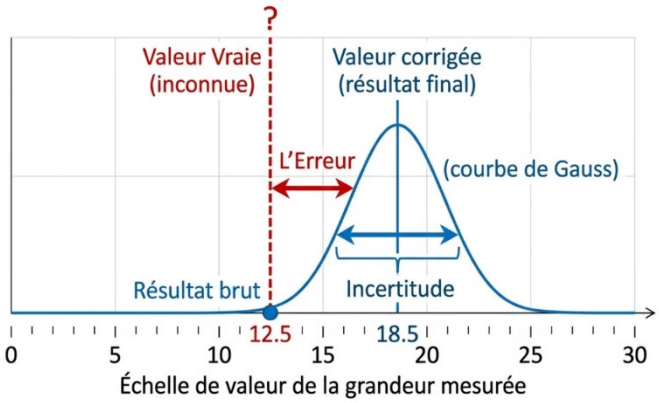
Rédacteur : Atelier de la Mesure
Public cible : Techniciens de laboratoire, Responsables Métrologie, Ingénieurs Qualité
Référence normative : ISO/CEI Guide 98-3 (GUM), NG EN ISO/CEI 17025, JCGM 200 (VIM)

1

INTRODUCTION ET FONDEMENTS DU GUM

L'évaluation de l'incertitude de mesure n'est pas une option, mais un prérequis essentiel pour garantir la traçabilité métrologique et valider la conformité d'un produit (selon les exigences de la norme ISO/IEC 17025).

Le document de référence international, l'**ISO/CEI Guide 98-3 (GUM)**, définit une approche probabiliste universelle et transférable. L'incertitude y est traitée comme un paramètre, associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande.



L'erreur est une valeur unique et inaccessible ; l'incertitude est un intervalle de confiance fondé sur une probabilité.

Distinction critique entre Erreur et Incertitude

- **L'Erreur de mesure :** Différence entre la valeur mesurée et la *valeur vraie* (théorique et inaccessible) du mesurande. Elle comporte une composante systématique et une composante aléatoire.
- **L'Incertitude de mesure :** Quantification de la méconnaissance du mesurande après application de toutes les corrections nécessaires pour compenser les erreurs systématiques connues.

Vocabulaire clé

- **Mesurande** : La grandeur physique qu'on cherche à connaître : la température d'un bain, la longueur d'une pièce, la masse d'un objet. C'est la "cible" de la mesure.
- **Etalon** : Un instrument de référence dont la valeur est connue avec une grande précision, utilisé pour vérifier ou calibrer d'autres instruments de mesure.
- **Incertitude-type u(x)**: La mesure de base de l'incertitude, exprimée sous forme d'écart-type. Elle représente la dispersion typique autour du résultat pour une seule source d'incertitude.
- **Incertitude-type composée $u_c(y)$** : Le résultat de la combinaison de toutes les sources d'incertitude individuelles en une seule valeur globale, calculée par addition quadratique

Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés

2

L'ÉTAPE CLÉ : LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

La température *T* est sans conteste la grandeur d'influence la plus critique et la plus fréquemment rencontrée dans tous les domaines de la métrologie (dimensionnelle, électrique, masse, force).

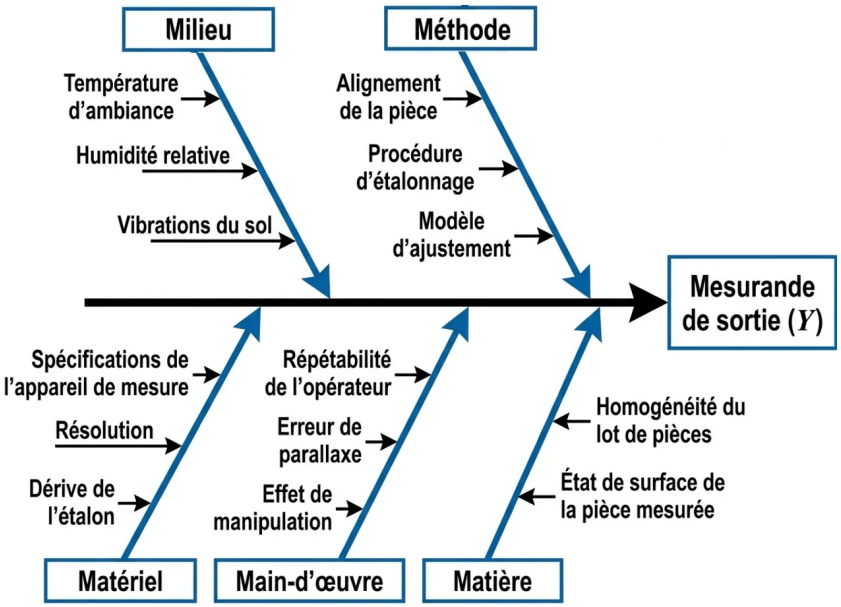
Avant d'effectuer le moindre calcul, le métrologue doit définir la relation fonctionnelle (le modèle de mesure) qui lie le mesurande de sortie Y aux N grandeurs d'entrée $X_1, X_2, \ldots, X_N$:

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_N)$$

Chaque grandeur d'entrée X_i est elle-même modélisée par une estimation de valeur x_i, à laquelle est associée une incertitude-type $u(xi)$.

Origine des grandeurs d'entrée :

- Grandeurs directement mesurées au cours du processus (température, tension, longueur brute)
- Constantes physiques ou propriétés de matériaux (coefficients de dilatation, masse molaire)
- Grandeurs issues d'étalonnages externes (valeur d'une masse étalon, correction de dérive)
- Termes correctifs liés aux grandeurs d'influence environnementales (pression atmosphérique, hygrométrie, vibrations).

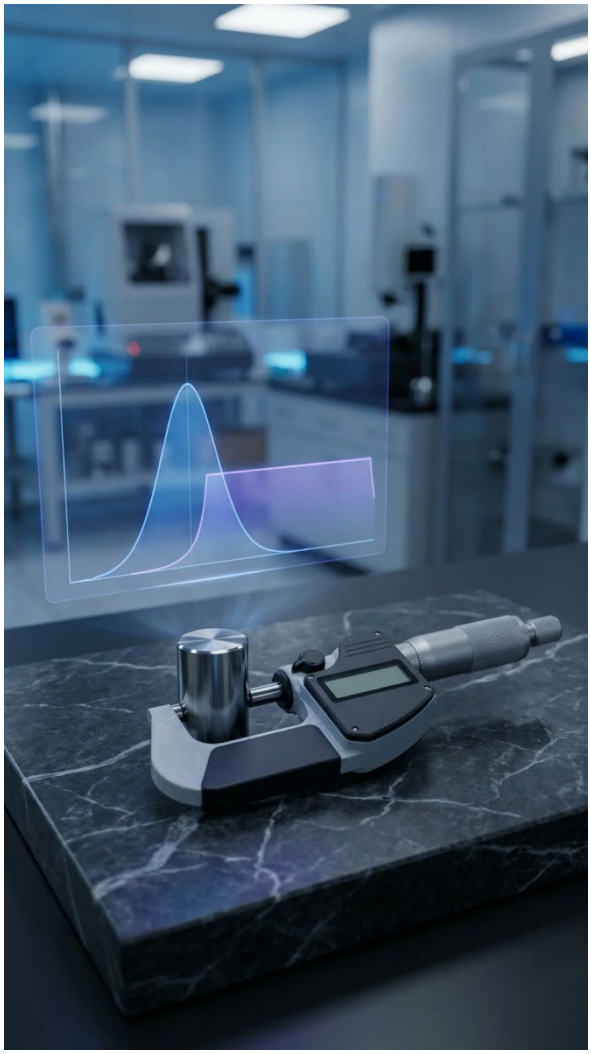


Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés

3

ÉVALUATION DES INCERTITUDES-TYPES D'ENTRÉE

Le GUM classe les méthodes d'évaluation des incertitudes-types en deux grandes familles, non pas selon la nature de l'erreur, mais selon la méthode d'acquisition des données : Type A et Type B.



Évaluation de Type A (Statistique)

L'évaluation de Type A est basée sur l'analyse statistique de séries d'observations indépendantes et répétées sous les mêmes conditions de mesurage (répétabilité).

Pour une série de n mesures indépendantes d'une grandeur d'entrée X_i notées qk (avec k = 1,…,n) :

- **Valeur moyenne estimée ($\bar{q}$) :**

$$\bar{q} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} q_k$$

- **Écart-type expérimental de l'échantillon *(s(q))***

$$s(q) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(q_k - \bar{q})^2}$$

- **Incertitude-type associée à la moyenne (u($\bar{q}$))**

$$u(\bar{q}) = \frac{s(q)}{\sqrt{n}}$$

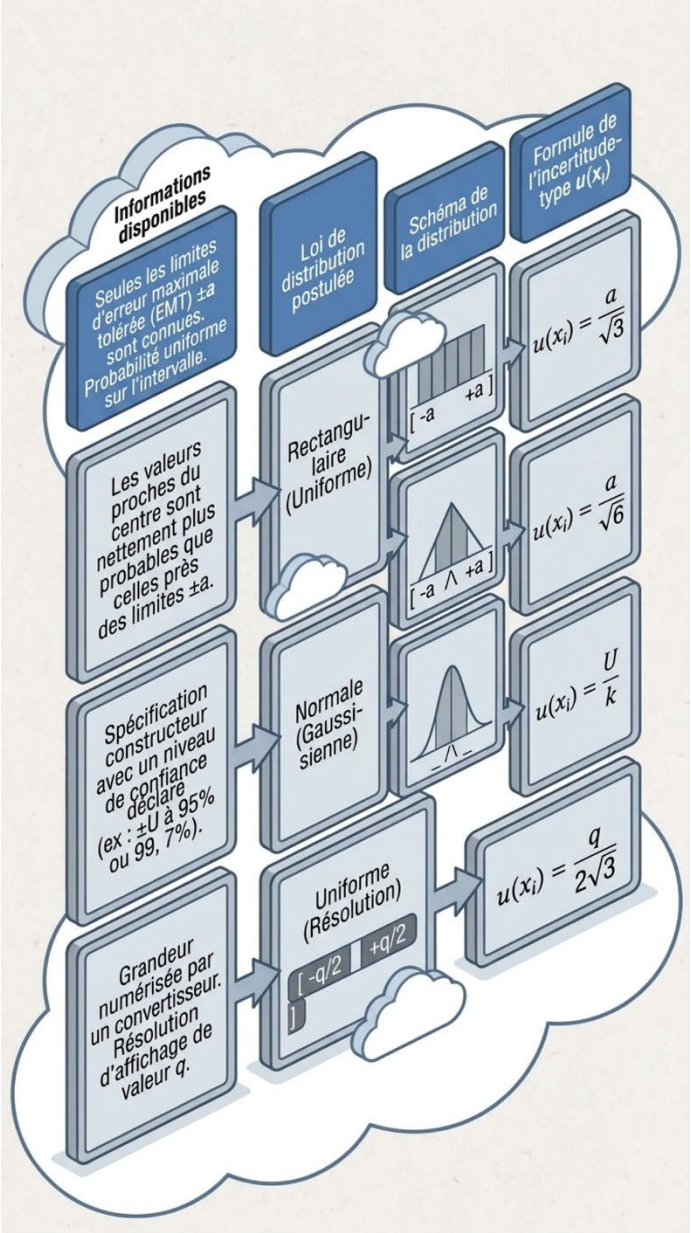
Note : L'incertitude-type associée décroît avec l'inverse de la racine carrée du nombre de mesures n.

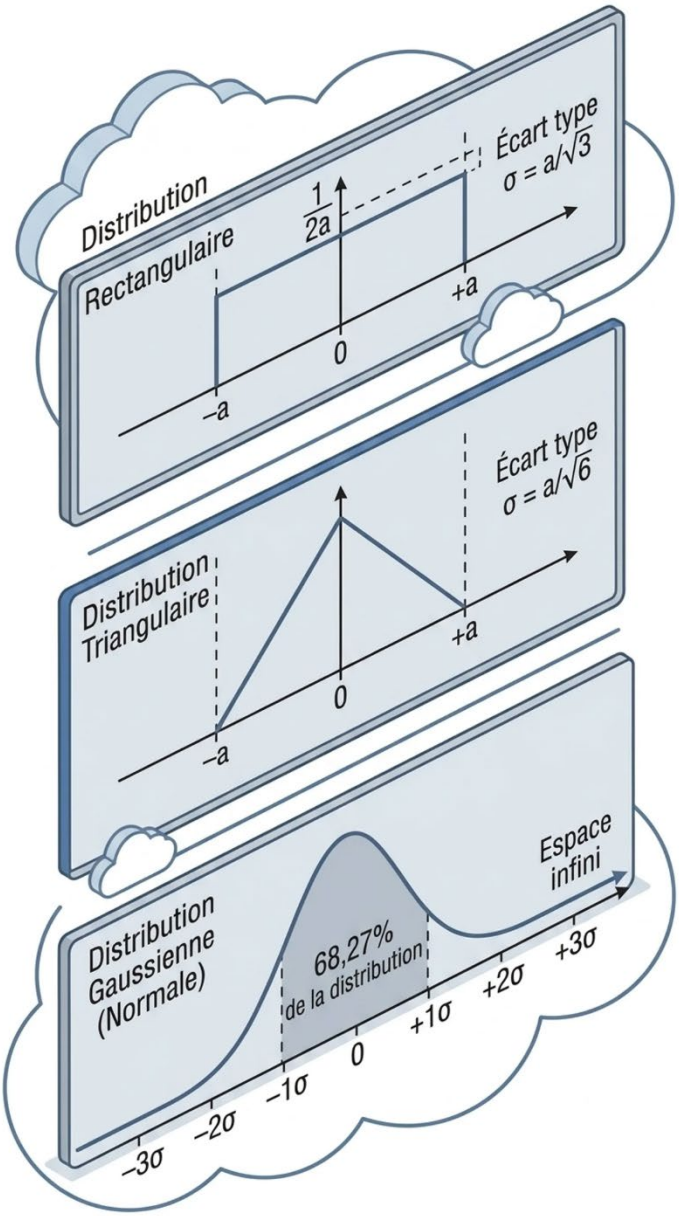
Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés

Évaluation de Type B (A priori)

L'évaluation de Type B repose sur des connaissances techniques, des certificats d'étalonnage, des spécifications de constructeurs ou des lois de probabilité postulées a priori.

Le métrologue modélise la grandeur par une loi de probabilité adaptée à l'information disponible sur l'intervalle de dispersion [-a ; +a] (ou de demi-étendue a)..





Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés

4

COEFFICIENTS DE SENSIBILITÉ ET PROPAGATION DES INCERTITUDES

Lorsque les grandeurs d'entrée X_i sont combinées à travers le modèle mathématique pour calculer le mesurande Y, leurs incertitudes ne se propagent pas de manière brute. Elles sont pondérées par des **coefficients de sensibilité** (c_i).

Le coefficient de sensibilité c_i représente le taux de variation du mesurande de sortie Y par rapport aux variations de la grandeur d'entrée X_i. Il est égal à la dérivée partielle du modèle de mesure évaluée aux valeurs estimées des grandeurs d'entrée :

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial X_i}\Big|_{x_1, x_2, \ldots, x_N}$$

Signification physique :

Si la grandeur d'entrée X_i varie d'une petite quantité δx_i, le mesurande Y variera de $\delta y \approx c_i \cdot \delta x_i$. Ce coefficient permet également de convertir les unités physiques des grandeurs d'entrée afin de

La correction de la poussée de l'air en pesage de haute précision

Lors de la pesée d'un objet de masse volumique ρ_p à l'aide d'un étalon de référence de masse volumique ρ_r, l'air ambiant (de masse volumique ρ_a) exerce une poussée d'Archimède différentielle sur les deux corps. La formule de correction de masse conventionnelle s'exprime ainsi :

$$m_c = m_i \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_r}\right) . \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_p}\right)^{-1}$$

Où :

- m_c est la masse corrigée.
- m_i est la pesée brute (indication).
- ρ_a est la masse volumique de l'air, calculée via la formule de l'équation de l'air du CIPM en fonction de la température, de l'humidité et de la pression atmosphérique.

Une variation de pression de 10hPa modifie ρ_a d'environ 1%. Sans correction, cela induit une erreur de pesage sur les corps de faible densité (comme les liquides étalons ou les masses de faible valeur en aluminium).

Maintenant que c_i est calculé, voici comment l'utiliser dans la formule de propagation

Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés

5

DÉTERMINATION DE L'INCERTITUDE-TYPE COMPOSÉE (u_c)

L'incertitude-type composée $u_c(y)$ caractérise la dispersion globale autour du résultat de mesure y. Elle s'obtient en combinant de façon quadratique les incertitudes-types individuelles pondérées par leurs coefficients de

Cas 1 : Grandeurs d'entrée statistiquement indépendantes (non corrélées)

Il s'agit du cas le plus fréquent en métrologie industrielle. La formule de propagation est :

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)^2 u^2(x_i) = \sum_{i=1}^{N} c_i^2\, u^2(x_i)$$

D'où l'expression de l'incertitude-type composée :

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} c_i^2\, u^2(x_i)}$$

Cas 2 : Grandeurs d'entrée corrélées

Si des dépendances physiques ou métrologiques lient certaines variables d'entrée, il faut introduire les coefficients de corrélation linéaire $r(x_i, x_j)$:

$$u_c^2(y) =$$

$$\sum_{i=1}^{N} c_i^2\, u^2(x_i) \; + \; 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} c_i\, c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j)$$

Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés

6

CALCUL DE L'INCERTITUDE ÉTENDUE (U) ET CHOIX DU FACTEUR k

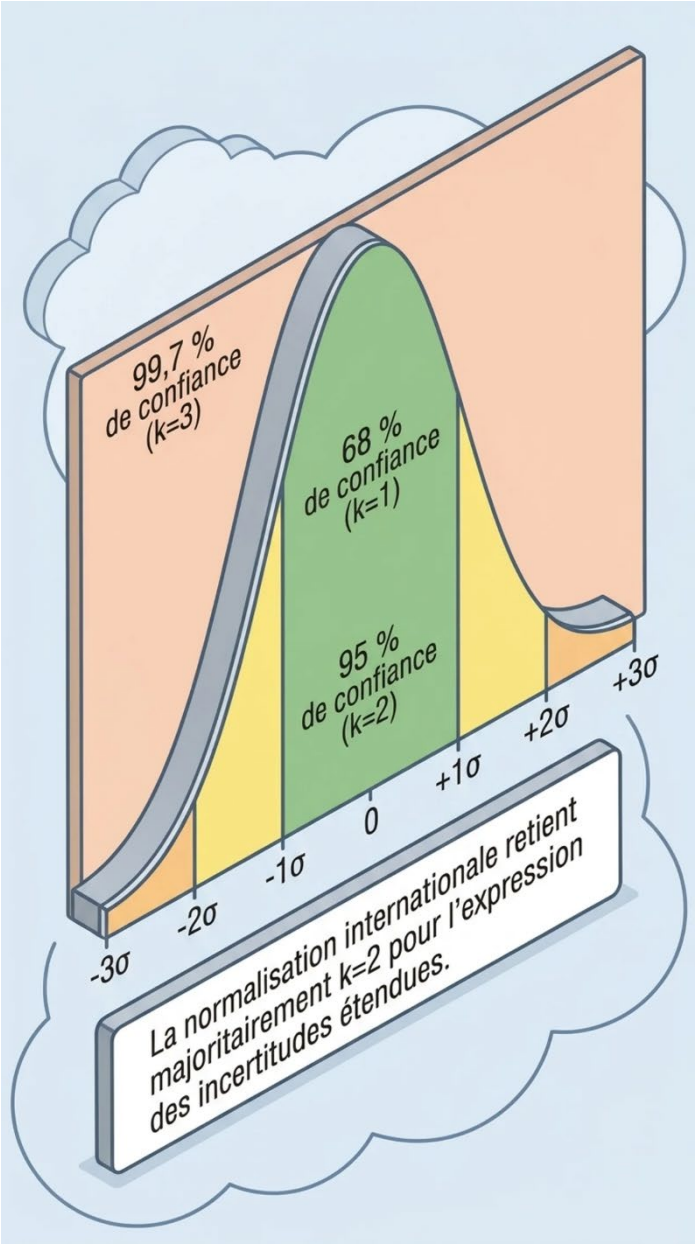
L'incertitude-type composée $u_c(y)$ exprime l'incertitude avec un niveau de confiance d'environ 68% (sous l'hypothèse d'une loi normale). Pour les besoins industriels et commerciaux, il est nécessaire de définir un intervalle de confiance plus large.

L'**incertitude étendue** $U_{(y)}$ est le produit de l'incertitude-type composée par un **facteur d'élargissement** k :

$$U(y) = k \cdot u_c(y)$$

Détermination standard du facteur k :

- k = 2 **:** Correspond à un niveau de confiance d'environ 95% (valeur standard recommandée en métrologie générale).
- k = 3 **:** Correspond à un niveau de confiance d'environ 99,7% (utilisé pour les applications critiques ou à forte contrainte de sécurité).



Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés

7

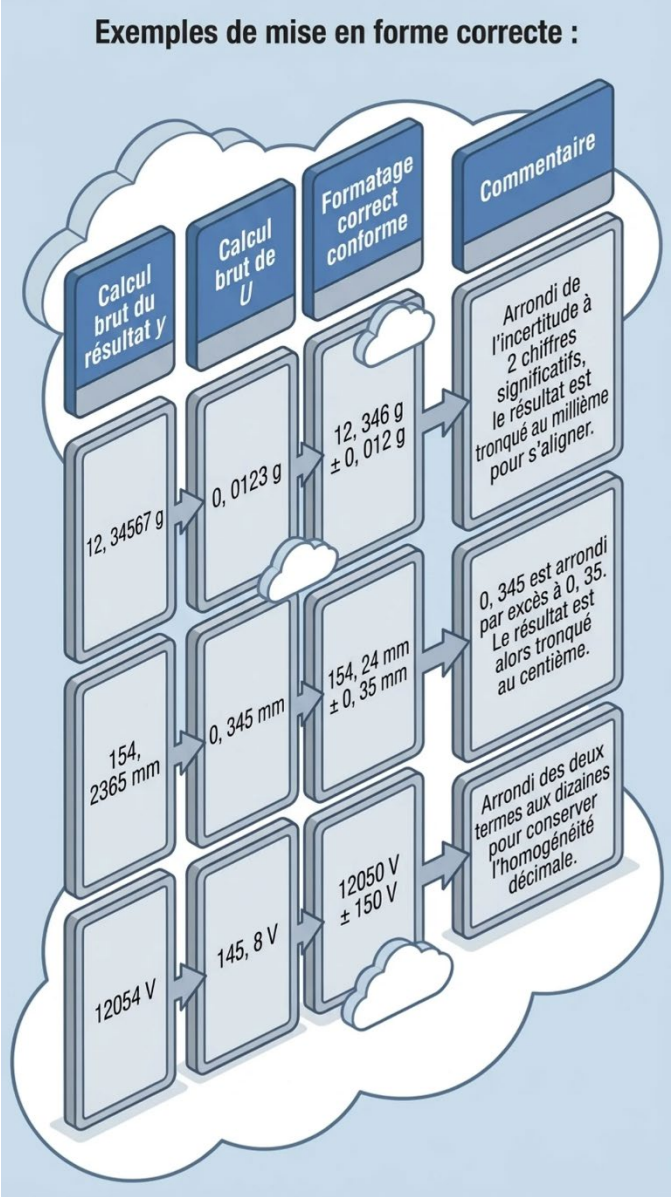
EXPRESSION DES RÉSULTATS ET RÈGLES D'ARRONDI

Une fois l'incertitude étendue U calculée, sa mise en forme finale doit respecter strictement les règles d'arrondi définies par la métrologie internationale (NF ISO/CEI Guide 98-3).

Règles fondamentales :

1. **Chiffres significatifs :** L'incertitude étendue U doit être arrondie à **deux chiffres significatifs au maximum** (généralement par excès).

2. **Homogénéité décimale :** Le dernier chiffre significatif du résultat de mesure y doit être au même rang décimal que le dernier chiffre significatif de son incertitude U.

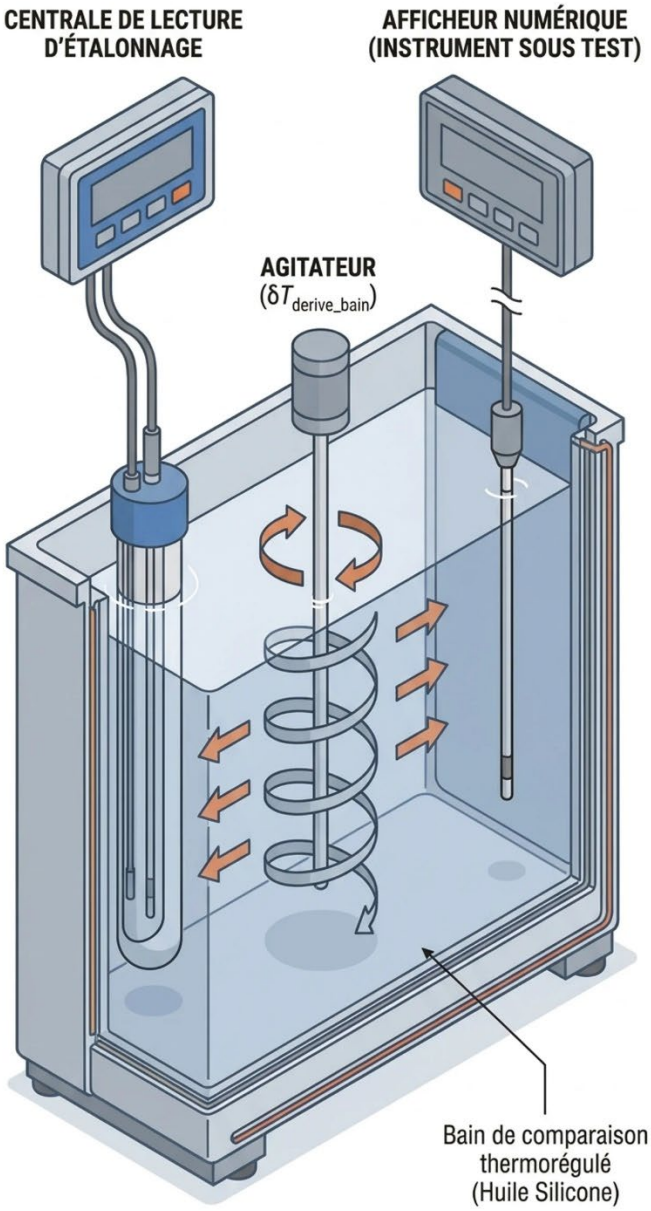


Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés

8

CAS PRATIQUE : ÉTALONNAGE D'UN THERMOMÈTRE AVEC SONDE `Pt100`

Pour illustrer le workflow complet du GUM, nous allons concevoir le calcul d'incertitude d'une mesure de température réalisée avec une sonde de résistance de type `Pt100` reliée à un afficheur numérique.



Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés

Modèle de mesure

Exemple pédagogique — valeurs simulées à des fins d'illustration

L'erreur de justesse de la sonde évaluée δT est modélisée par la relation suivante :

$$\Delta T = T_{ind} - T_{etalon} + \delta T_{resolution} + \delta T_{derive_bain}$$

Où :

- T_{ind} : Température lue sur l'afficheur du thermomètre à étalonner (T_{ind}= 100,050°C calculée sur 10 mesures répétées).
- T_{etalon} : Température de référence du bain donnée par le thermomètre étalon (T_{etalon} = 100,010°C).
- $\delta T_{resolution}$: Correction théorique liée à la résolution finie de l'afficheur de l'instrument évalué (0,01°C).
- δT_{derive_bain} : Correction théorique liée aux fluctuations spatiales et temporelles de température au sein du fluide du bain thermorégulé (estimées à ±0,02°C).

Note : À l'équilibre, les espérances de corrections $\delta T_{resolution}$ et δT_{derive_bain} sont considérées nulles, mais leurs

Calcul des incertitudes-types individuelles

1. Répétabilité des mesures de l'opérateur (T_{ind}) - Type A

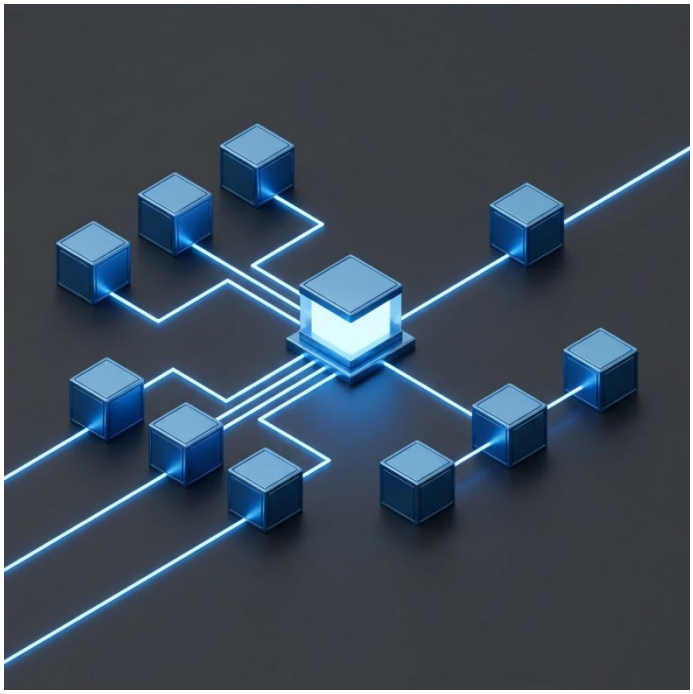
Une série de n=10 relevés donne un écart-type expérimental s(T) = 0,015°C.

$$u(T_{ind}) = \frac{0{,}015}{\sqrt{10}} \approx 0{,}00474°\mathrm{C}$$

2. Incertitude du thermomètre étalon (T_{etalon}) - Type B (Certificat)

Le certificat d'étalonnage indique une incertitude étendue de référence U = 0,020°C avec un facteur d'élargissement k=2.

$$u(T_{etalon}) = \frac{0{,}020}{2} = 0{,}01000°\mathrm{C}$$



Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés

Coefficients de sensibilité

Les dérivées partielles du modèle par rapport à chaque grandeur d'entrée sont toutes égales à ±1. Leurs carrés valent $c_i^2 = 1$. Les contributions d'incertitude se propagent donc directement :

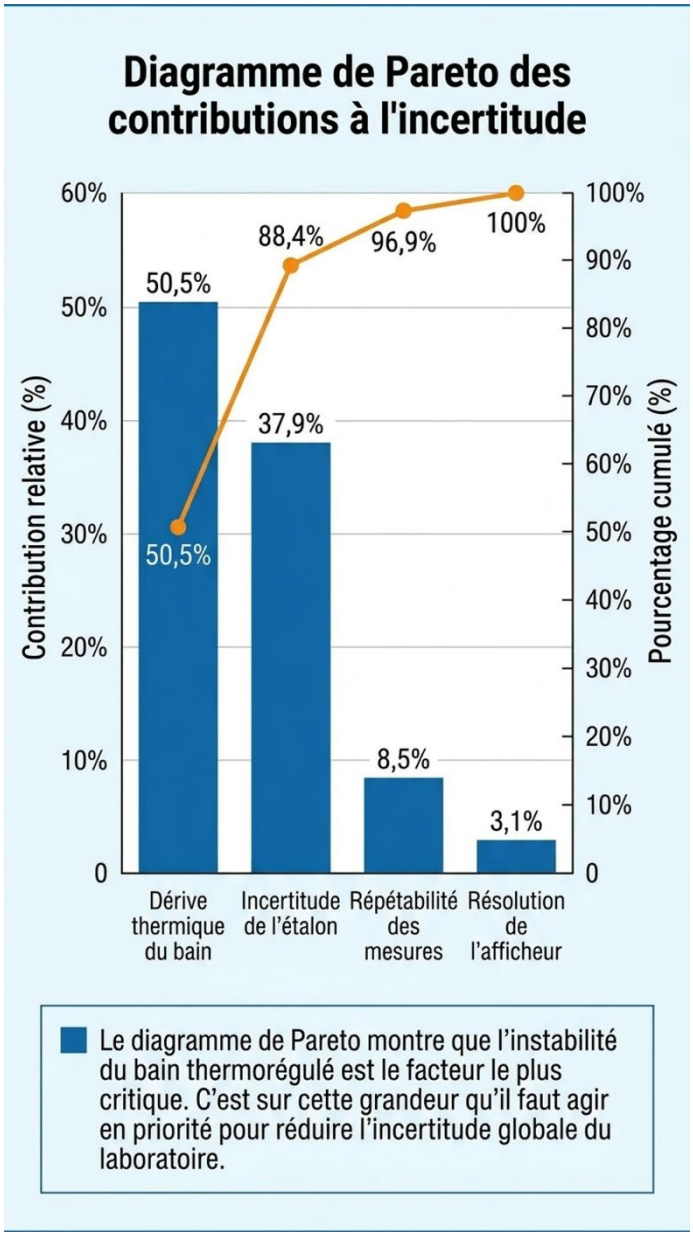
$$u_c^2(\Delta T) =$$

$$u^2(T_{ind}) + u^2(T_{etalon}) + u^2(\delta T_{resolution}) + u^2(\delta T_{derive_bain})$$

Budget d'incertitude (Tableau de synthèse GUM)

Grandeur d'entrée X_i	Estimation x_i	Incertitude-type $u(x_i)$	Loi de probabilité	Coeff de sensibilité c_i	Contribution à l'incertitude $c_i \cdot u(x_i)$	Variance de la contribution $c_i^2 \cdot u^2(x_i)$
Répétabilité (T_{ind})	100,050°C	0,00474°C	Normale (Type A)	1	0,00474°C	$2,25 \cdot 10^{-5}$
Étalon (T_{etalon})	100,010°C	0,01000°C	Normale (Type B)	−1 −1	−0,01000°C −0	$1,00 \cdot 10^{-4}$
Résolution (δT_{res})	0,000°C	0,00289°C	Rectangulaire	1 π_i	0,00289°C	$8,35 \cdot 10^{-6}$
Bain (δT_{bain})	0,000°C	0,01155°C	Rectangulaire	1 π_i	0,01155°C	$1,33 \cdot 10^{-4}$

Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés



Calcul final

Valeur corrigée de l'erreur (ΔT) :

$$\Delta T = 100{,}050 - 100{,}010 + 0 + 0 = +0{,}040°\mathrm{C}$$

Incertitude-type composée (u_c) :

$$u_c(\Delta T) = \sqrt{2{,}25 \cdot 10^{-5} + 1{,}00 \cdot 10^{-4} + 8{,}35 \cdot 10^{-6} + 1{,}33 \cdot} = \sqrt{2{,}6385 \cdot 10^{-4}} \approx 0{,}01624°\mathrm{C}$$

Incertitude étendue (U pour k=2) :

$$U(\Delta T) = 2 \cdot 0{,}01624 = 0{,}03248°\mathrm{C}$$

Expression conforme du résultat d'étalonnage :
En appliquant les règles d'arrondi (maintien de deux chiffres significatifs pour l'incertitude U et alignement décimal de l'erreur au millième) :

$$\Delta T = +0{,}040°\mathrm{C} \pm 0{,}032°\mathrm{C}$$
$$(k = 2\,;\ \text{Confiance} \approx 95\%)$$

Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés

9

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS OPÉRATIONNELLES

La mise en œuvre de la méthode GUM permet de transformer une simple estimation numérique brute en une mesure scientifiquement défendable, auditable et comparable à l'échelle internationale.

.

Recommandations clés !

1. **Prioriser les actions d'amélioration** : Le tableau du budget d'incertitude et le diagramme de Pareto mettent directement en évidence les contributeurs majeurs. Dans notre cas pratique, améliorer la stabilité thermique du bain est dix fois plus efficace pour réduire l'incertitude finale que d'acheter un thermomètre avec un afficheur plus précis.

2. **Homogénéiser les feuilles de calcul** : Utiliser des formules de calcul automatisées pré-validées, conformes aux équations de ce document, afin d'éliminer les risques de fautes de frappe de la part des opérateurs.

3. **Mettre à jour périodiquement les données de Type B** : Intégrer immédiatement les nouvelles valeurs d'incertitude issues des certificats de vos étalons de référence dès réception de leurs rapports d'étalonnage externes.

Atelier de la Mesure (C) Copyright (Juin 2026) Tous droits réservés